



ISSN 1001-5965 23  
CODEN BHHDE8 37.

# 北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY  
OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



30619

Z1131

**2012-01**

Vol.38 No.1

目次

基于变系数PID的无刷直流电动机双闭环系统 .....	郭宏	吴海洋	巫佩军	(1)
喷油器瞬态两相流动的建模方法 .....	何勇灵	丁川		(6)
飞机空中跳伞应急出口切割装置设计与试验 .....	封文春	党晓民	关焕文	宋文娟 (11)
基于CCA与POD的气动光学畸变分析 .....	许东	刘浩伟	段玥	(17)
基于ASUKF的火星探测器脉冲星自主导航方法 .....	宁晓琳	马辛	张学亮	武瑾媛 (22)
火星尘埃与探测 .....	孙丽琳	秦国泰	朱光武	(28)
一种适用于光纤捷联罗经寻北的新算法 .....	王宇	程向红	吴峻	(33)
基于故障树的飞机结构腐蚀损伤模糊综合评判 .....	潘波	姜同敏		(39)
基于比例失效率模型的退化数据分析方法 .....	钟强晖	张志华	梁胜杰	(43)
人体变形中局部坐标系旋转失真问题 .....	王成	戴树岭		(48)
高超声速翼面气动热与静气动弹性综合分析 .....	李国曙	万志强	杨超	(53)
基于飞行剖面的作战飞机任务可靠性评估方法 .....	刘震宇	马小兵	洪东跑	赵宇 (59)
基于扩展Petri网的除冰软件安全需求建模和验证 .....	李震	刘斌	陆民燕	殷永峰 (64)
激光冲击强化提高主动连杆振动疲劳性能 .....	李启鹏	李应红	何卫锋	刘海雷 (69)
基于AFDX的航空电子系统可调度性分析 .....	周天然	张勇涛	何锋	熊华钢 (75)
星上控制力矩陀螺群隔振平台的动力学特性 .....	张尧	黄庭轩	徐世杰	(80)
一种基于三角形重投影的虚拟视角合成 .....	张春晓	赵剡		(86)
大规模设备协同中的时间建模与验证 .....	荣晓慧	马世龙	邓攀	陈峰 (91)
光流控制地形跟随与自动着陆 .....	刘小明	陈万春	邢晓岚	殷兴良 (98)
基于Gabor滤波器的航空图像居民区域提取 .....	谷多玉	郭江	李书晓	常红星 (106)
基于 $\mu$ 分析的鲁棒特征结构配置飞行控制律设计 .....	高博	杨凌宇	申功璋	(111)
基于伴随式的分布式联合信源信道编码 .....	潘旭洲	刘荣科	王岩	(116)
考虑保障设备故障的装备维修保障模型 .....	王严	马麟	文佳	康锐 (123)
多导弹分布式自适应协同制导方法 .....	邹丽	孔繁峨	周锐	吴江 (128)
基于模糊理论的加速度计标度因数稳定性分析 .....	黄小凯	陈云霞	张叔农	康锐 (133)
三维公差分析中工程尺寸驱动原理与应用 .....	郑洪涌	郑国磊	赵皇进	(138)

期刊基本参数: CN11-2625/V \* 1956 \* m \* A4 \* 142 \* zh \* P \* ¥20.00 \* 1500 \* 26 \* 2012-01

30619

# 基于 $\mu$ 分析的鲁棒特征结构配置 飞行控制律设计

高博 杨凌宇 申功璋

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对特征结构配置应用于飞行控制律设计鲁棒性较差的问题, 提出了一种新的鲁棒特征结构配置方法. 该方法结合参数化特征结构配置与 $\mu$ 分析, 把鲁棒特征结构配置问题转化为包含系统全部自由参数的带约束条件的非线性优化问题. 根据飞行控制律特点, 提出分步优化策略解决鲁棒特征结构配置多变量优化问题, 以降低问题复杂度. 同时采用等值分布曲线直观描述优化指标随设计参数变化规律. 该方法利用系统全部自由度提高系统鲁棒性, 并对自由参数施加约束条件以保证标称闭环系统性能. 仿真表明该方法能满足一级飞行品质要求, 提高系统鲁棒性, 减小保守性.

**关键词:** 特征结构配置;  $\mu$ 分析; 优化; 鲁棒性; 飞行控制

中图分类号: V 249

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2012)01-0111-05

## Robust eigenstructure assignment based on $\mu$ -analysis applied to flight control law design

Gao Bo Yang Lingyu Shen Gongzhang

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A new robust eigenstructure assignment algorithm was presented to improve the robustness of control law designed by eigenstructure assignment. This algorithm combined parametric eigenstructure assignment with  $\mu$ -analysis, was based on linear fractional transformation, and then transformed robust eigenstructure assignment problem into a nonlinear constrained minimization problem including all free parameters of the system. In order to reduce the problem complexity, robust eigenstructure assignment with multivariable optimization was divided into two steps with contour graph of robustness index, considering the characteristics of flight control. This algorithm ensures the performance of nominal closed-loop system with parameter constraints, and can improve the robustness with all free parameters of the system and has the advantages of  $\mu$ -analysis. The simulation results show that this algorithm can satisfy level 1 flying qualities, improve the robustness and reduce the conservatism.

**Key words:** eigenstructure assignment;  $\mu$ -analysis; optimization; robust; flight control

控制律设计采用的标称模型与真实飞机相比, 具有较大不确定性, 控制律必须保证系统在不确定范围内稳定. 特征结构配置能充分利用系统的全部自由度, 同时配置特征值和特征向量, 在飞

行控制中得到广泛应用. 但特征结构配置鲁棒性较差, 鲁棒特征结构配置问题一直备受关注<sup>[1-3]</sup>. 文献[1]利用特征向量自由度提高系统鲁棒性, 但特征向量不存在或存在很小的自由度, 应用具

有局限性<sup>[4]</sup>. 文献[2-3]提出了鲁棒稳定性判据, 但忽略了不确定性特点.

针对上述问题, 本文提出一种新的鲁棒特征结构配置方法, 应用于飞机横侧向控制律设计, 并与现有方法进行了比较.

### 1 参数化特征结构配置

采用输出反馈的标称线性时不变系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \\ u &= Ky \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $x \in \mathbf{R}^n$  为状态向量;  $y \in \mathbf{R}^r$  为输出向量;  $u \in \mathbf{R}^m$  为输入向量;  $A, B, C, D$  为相应维数的状态矩阵. 设闭环系统特征值为  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ , 对应特征向量为  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , 于是

$$(A + B[I_m - KD]^{-1}KC)v_i = \lambda_i v_i \quad (2)$$

经变换可得

$$v_i = [I_n \lambda_i - A]^{-1} B \eta_i \quad (3)$$

$$\eta_i = [I_m - KD]^{-1} K C v_i \quad (4)$$

令  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_n]$   $V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]$

则参数化表示的输出反馈矩阵为

$$K = \eta [CV + D\eta]^{-1} \quad (5)$$

上述结果表明  $K$  可以参数化表示为特征值和决定特征向量参数  $\eta_i$  的函数, 可以建立闭环系统性能与控制器参数的联系. 特征值和  $\eta_i$  为控制律设计时的自由参数, 包含系统全部设计自由度.

当特征向量自由度全部用来解耦, 一般通过求取最小二乘意义上接近期望特征向量  $v_{di}$  的可达特征向量  $v_{ai}$  得到  $\eta_i$ , 其最小二乘解为

$$\eta_i = [L_{di}^T L_{di}]^{-1} L_{di}^T v_{di} \quad (6)$$

$$L_{di} = [I_n \lambda_i - A]^{-1} B \quad (7)$$

可达特征向量为

$$v_{ai} = L_{di} \eta_i \quad (8)$$

### 2 鲁棒特征结构配置问题描述

不失一般性, 假定系统(1)具有结构特点的参数摄动, 则实际系统可以描述为

$$\left. \begin{aligned} \bar{A} &= A + \sum_{i=1}^p \delta_i A_i \\ \bar{B} &= B + \sum_{i=1}^p \delta_i B_i \\ \bar{C} &= C + \sum_{i=1}^p \delta_i C_i \\ \bar{D} &= D + \sum_{i=1}^p \delta_i D_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $A_i, B_i, C_i, D_i$  为系统不确定性信息;  $|\delta_i| \leq 1$  为归一化不确定度. 特征结构配置的控制律为

$$u = Ky + K_f r_c \quad (10)$$

式中  $K_f$  为前馈控制器;  $r_c$  为指令向量.

带有不确定性的实际闭环系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= [\bar{A} + \bar{B}(I - K\bar{D})^{-1}K\bar{C}]x + \bar{B}K_f r_c \\ y &= [\bar{C} + \bar{D}(I - K\bar{D})^{-1}K\bar{C}]x + \bar{D}K_f r_c \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

鲁棒特征结构配置问题可描述为: 对系统(11), 由性能要求得出系统自由参数的约束范围, 建立系统鲁棒性与自由参数的数学关系, 由特征结构配置设计  $K$  和  $K_f$ , 使实际闭环系统(11)对所有  $|\delta_i| \leq 1$  稳定, 即鲁棒稳定.

### 3 基于 $\mu$ 分析的鲁棒特征结构配置

实际系统往往具有特定的物理特性, 且一般由具有不确定性的元部件构成, 决定了系统的不确定性是有结构的. 结构奇异值  $\mu$  在处理具有结构不确定性系统鲁棒性时, 能够给出充分性判据, 且保守性较小, 即有如下定理.

定理 1<sup>[5]</sup> 对具有图 1 形式的带不确定性的闭环系统, 其中

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ r_c \end{bmatrix}$$

$$w = \Delta z$$

式中  $\Delta$  为有结构的不确定性, 即

$$\Delta(j\omega) = \text{diag} [\Delta_1(j\omega) \ \Delta_2(j\omega) \ \dots \ \Delta_p(j\omega)]$$

$$\bar{\sigma}(\Delta_i(j\omega)) \leq 1$$

如果  $\mu_\Delta(M_{11}(j\omega)) < 1$  成立, 则图 1 所示闭环系统鲁棒稳定.

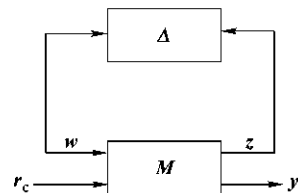


图 1 不确定系统的线性分式变换形式

对系统(11), 为得到定理 1 中的  $M_{11}$ , 进行下列变换. 令

$$ra_i = \text{rank} \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix}$$

$$i = 1, 2, \dots, p$$

通过奇异值分解

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} = U_i S_i V_i^T = \begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} [G_i \ H_i]$$

可得

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \\ z_1 \\ \vdots \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & E_1 & \cdots & E_p \\ C & D & F_1 & \cdots & F_p \\ G_1 & H_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_p & H_p & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \\ w_1 \\ \vdots \\ w_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Delta = \text{diag}[\delta_1 I_{ra_1}, \delta_2 I_{ra_2}, \dots, \delta_p I_{ra_p}]$$

系统(12) 传递函数为

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$

式中

$$M = \begin{bmatrix} H_{11} + H_{12}K(I - H_{22}K)^{-1}H_{21} & H_{12}K_f + H_{12}K(I - H_{22}K)^{-1}H_{22}K_f \\ (I - H_{22}K)^{-1}H_{21} & (I - H_{22}K)^{-1}H_{22}K_f \end{bmatrix}$$

于是, 以标称性能要求为系统自由参数约束, 以频域范围内最大结构奇异值为鲁棒稳定性指标  $J$ , 鲁棒特征结构配置问题可以转化为优化问题:

$$\begin{cases} \min J(K) = J(\lambda_i, \eta_i) = \min_{j\omega} \max \mu_{\Delta} [M_{11}(j\omega)] \\ \lambda_{\min i} \leq \lambda_i \leq \lambda_{\max i} \\ \eta_{\min i}(q) \leq \eta_i(q) \leq \eta_{\max i}(q) \\ i = 1, 2, \dots, r \\ q = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

若优化后  $J < 1$ , 由定理 1, 闭环系统鲁棒稳定.

综上, 可得基于结构奇异值的鲁棒特征结构配置算法:

- 1) 根据系统性能要求(如飞行品质等), 确定系统自由参数的约束范围;
- 2) 将含结构不确定性的系统描述成式(13), 基于特征结构配置设计控制律式(10), 结合式(13), 得到式(14), 即定理 1 的  $M$ , 建立优化指标  $J$  与系统自由参数的数学关系;
- 3) 在约束范围内, 结合优化算法, 最小化  $J$ ;
- 4) 由定理 1 判断系统鲁棒稳定性.

该算法优化利用的特征值和特征向量的参数实质上为  $m \times r$  个, 与输出反馈矩阵元素个数相同, 利用了输出反馈的全部自由参数.

该算法得到了具有结构不确定性的输出反馈线性系统的鲁棒稳定性全局最优解, 也可以  $J < 1$  为优化目标, 得到满足鲁棒稳定性的所有解, 但多变量优化时, 优化参数组合复杂、不利于应用.

## 4 飞行控制律设计

本文以飞机的横侧向线性模型为研究对象, 取稳定性导数存在  $\pm 50\%$  的不确定性, 舵面效率系数存在  $\pm 30\%$  的不确定性. 模型数据来自文献

式中  $\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{G}(sI - A)^{-1}E & \bar{G}(sI - A)^{-1}B + \bar{H} \\ C(sI - A)^{-1}E + F & C(sI - A)^{-1}B + D \end{bmatrix}$   
 $E = [E_1 \ E_2 \ \cdots \ E_p]$   $F = [F_1 \ F_2 \ \cdots \ F_p]$   
 $\bar{G} = [G_1^T \ G_2^T \ \cdots \ G_p^T]^T$   $\bar{H} = [H_1^T \ H_2^T \ \cdots \ H_p^T]^T$

将基于特征结构配置的控制器式(10) 代入式(13), 可得带不确定性的闭环系统为

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} w \\ r_c \end{bmatrix}$$

[6]中 F/A-48 配平迎角  $25^\circ$ , 状态量中  $\phi$  为滚转角, 输出为侧滑角  $\beta$ 、侧滑角速度  $\dot{\beta}$ 、稳定性系下的滚转角速度  $p_s$  和偏航角速度  $r_s$ .

根据横侧向控制律特点, 做如下设计:

- 1) 利用特征向量自由度实现飞行品质对模态解耦的要求, 利用特征值自由度实现各模态飞行品质要求, 并优化系统鲁棒稳定性;
- 2) 特征结构配置实现了滚转与侧滑之间的解耦, 荷兰滚模态与滚转、螺旋模态之间影响较弱, 采取分步优化策略, 以降低问题复杂度, 即先固定螺旋模态和滚转模态, 优化荷兰滚模态, 然后固定荷兰滚模态, 优化螺旋和滚转模态;
- 3) 采用等值分布曲线形式, 描述优化指标  $J$  随参数的变化规律, 以方便工程人员设计.

经过上述改进, 进行控制律设计.

预置期望特征向量, 如表 1 所示. 通过将相应元素取为 0 或 1 ( $x$  表示未约束), 实现滚转和侧滑之间的解耦<sup>[6]</sup>.

表 1 期望特征向量

参数	模态		
	荷兰滚	滚转	螺旋
$\beta/\text{rad}$	(1 0)	0	0
$p_s/( \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} )$	(x x)	1	x
$r_s/( \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} )$	(x x)	x	x
$\phi/\text{rad}$	(0 0)	x	1

图 2 为  $J$  随荷兰滚阻尼比  $\xi_d$  和自然频率  $\omega_{nd}$  变化情况. 图 3 为  $J$  随滚转模态极点  $\lambda_{\text{roll}}$  和螺旋模态极点  $\lambda_{\text{spiral}}$  变化情况.

由图 2 和图 3 要求  $J < 1$  及一级飞行品质, 得到  $\xi_d = 0.707$ ,  $\omega_{nd} = 1.8$ ,  $\lambda_{\text{roll}} = -2.1$ ,  $\lambda_{\text{spiral}} = -0.1$ , 控制律为

$$u = Ky + K_f \begin{bmatrix} \frac{10s+1}{s} r_p \\ r_\beta \end{bmatrix}$$

式中

$$K = \begin{bmatrix} -2.4695 & -3.2046 & 9.4357 & -2.0897 \\ 0.2035 & 0.5628 & -0.5482 & 2.4172 \end{bmatrix}$$

$$K_f = \begin{bmatrix} 0.2697 & -0.0025 \\ -0.0275 & -0.0089 \end{bmatrix}$$

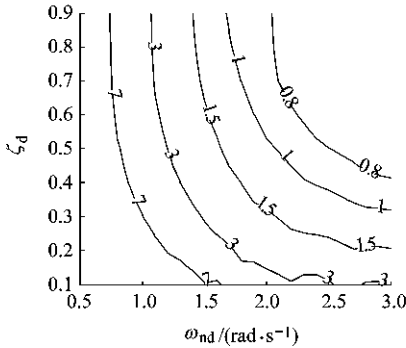


图2 J随荷兰滚模态等值分布曲线

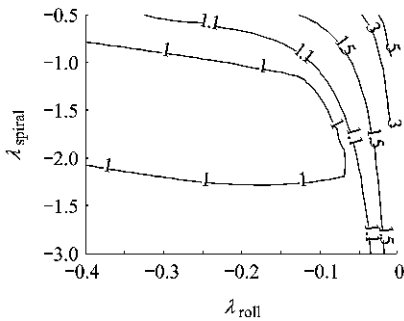


图3 J随滚转螺旋模态等值分布曲线

闭环系统结构奇异值在频域范围内的分布情况如图4所示,其中  $\max \mu = 0.9887 < 1$ , 系统鲁棒稳定.

标称系统的阶跃输入响应如图5实线所示,对实际系统在不确定范围内进行100次蒙特卡洛仿真,仿真包络如图5虚线所示,可以看出系统满足一级飞行品质,在不确定范围内稳定,各通道鲁棒性能在可接受范围内.

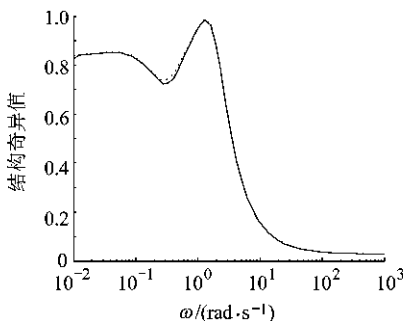


图4 闭环系统结构奇异值

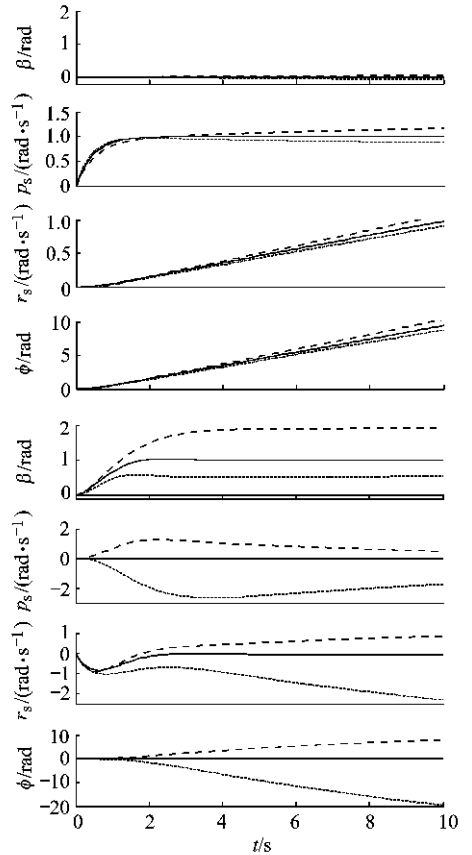


图5 闭环系统阶跃响应

### 5 仿真分析

本文共采用3种鲁棒特征结构配置方法与本文方法进行对比.

方法1 文献[1]采用闭环系统特征向量矩阵的条件数作为设计指标,即:  $J_1 = \|V\|_2 \times \|V^{-1}\|_2$ . 利用特征向量自由度转化为优化问题;

方法2 文献[2]采用混合灵敏度指标作为鲁棒特征结构配置的设计指标,即:  $J_2 = \left\| \begin{matrix} S \\ T \end{matrix} \right\|_\infty$ ;

方法3 文献[3]采用  $J_3 = \|T_{zw}(j\omega)\|_\infty$  作为鲁棒性设计指标,并且把不确定性转化为  $\sigma(\Delta(j\omega)) \leq 1$ , 当  $J_3 < 1$ , 系统鲁棒稳定. 文献[7]指出  $J_3 < 1$  虽然蕴含稳定性,反之不然,将具有结构特点的不确定性视为无结构时,这一结果可以是任意保守的.

利用上述3种方法进行设计,采用遗传算法进行优化,结果如表2所示. 其中约束条件相同,均为  $0.1 \leq \xi_d \leq 0.9$ ,  $0.2 \leq \omega_{nd} \leq 3$ ,  $-0.5 \leq \lambda_{roll} \leq -3$ ,  $-0.3 \leq \lambda_{spiral} \leq -0.01$ . 由表2结合理论分析可以看出:

- 1) 用方法2、方法3的稳定性判据进行评价,

表 2 对比仿真设计结果

方法	反馈矩阵	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J$
1	$\begin{bmatrix} -0.2276 & -1.7152 & -28.855 & 0.0222 \\ 0.1649 & 0.5368 & -0.2882 & 0.5404 \end{bmatrix}$	102.8	17.577	64.491	8.9526
2	$\begin{bmatrix} -2.0224 & -8.8689 & 8.3162 & -8.1510 \\ 0.1807 & 1.0298 & -1.9316 & 2.9620 \end{bmatrix}$	412.2	4.615	10.771	1.1273
3	$\begin{bmatrix} 7.6150 & 15.457 & -109.02 & 35.720 \\ 10.515 & 24.023 & -100.49 & 46.916 \end{bmatrix}$	203.5	14.017	5.366	0.7398
本文	$\begin{bmatrix} -2.4695 & -3.2046 & 9.4357 & -2.0897 \\ 0.2035 & 0.5628 & -0.5482 & 2.4172 \end{bmatrix}$	227.5	52.812	8.934	0.9897

设计结果均不是鲁棒稳定的; 但用定理 1 判定, 方法 3 和本文方法的设计结果是鲁棒稳定的. 说明方法 2、方法 3 鲁棒稳定判据存在较大保守性, 导致得不到鲁棒稳定的结果;

2) 从指标变化趋势看, 方法 3 与本文方法最接近, 其次是方法 2, 方法 1 则几乎没有联系, 表明各方法提高系统鲁棒稳定性的差别较大;

3) 方法 1 仅利用特征向量的自由度具有局限性, 并且没有稳定性判据. 由于实际问题特征向量有期望结构, 特征向量不存在或存在很小的自由度, 算例中方法 1 并未明显改善鲁棒稳定性;

4) 本文方法针对具有结构不确定性的系统, 保守性相比其他 3 种方法小, 采用等值分布曲线描述鲁棒稳定性指标有利于与其他指标结合.

## 6 结 论

本文提出了一种新的鲁棒特征结构配置方法, 并以分步优化策略解决鲁棒特征结构配置多变量优化问题, 降低了问题复杂度, 保证了系统满足一级飞行品质, 提高了系统的鲁棒稳定性, 减小了保守性. 本文设计了飞机横侧向人工飞行控制律, 满足飞行品质要求, 但设计自动飞行控制律时存在性能鲁棒性不足的问题, 提高特征结构配置

方法的性能鲁棒性并使本文方法更加贴近工程实际有待于后续研究.

## 参考文献 (References)

- [1] Sutha S, Thyagarajan T. Eigenstructure assignment based multiobjective dynamic state feedback controller design for MIMO system using NSGA-II [C]//Proceedings of the 2010 International Conference on Modeling, Identification and Control. Okayama: Pacilantic International, 2010: 870-875
- [2] Martine Ganet, Isabelle Rongier. Gain scheduled robust attitude control law for flexible launchers using eigenstructure assignment and hinifnity techniques [R]. AIAA-2003-5806, 2003
- [3] Satoh A, Sugimoto K. Partial eigenstructure assignment approach for robust flight control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(1): 145-150
- [4] Caldwell B D, Cook M V, Faleiro L F, et al. Flight control systems-practical issues in design and implementation [M]. United Kingdom: Institution of Engineering and Technology, 2000
- [5] Amato F, Ciniglio U, Corraro F, et al.  $\mu$  synthesis for a small commercial aircraft: design and simulator validation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(3): 479-490
- [6] Davidson J B, Murphy P C, Lallman F J, et al. High alpha research vehicle lateral-directional control law description, analyses and simulation results [R]. NASA/TP-1998-208465, 1998
- [7] Zhou Kemin, Doyle J C, Keith Glover. Robust and optimal control [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1996

(编辑: 刘登敏)