



北航学报
赠阅

ISSN 1001-5965
CODEN BHHDE8

北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



2016-07

Vol.42 No.7

目次

- 二维层状材料过渡金属硫化物 张千帆, 高磊, 田洪镇, 徐忠菲, 王亚鹏 (1311)
- 航空高动态网络链路感知 OLSR 路由算法 马林华, 张嵩, 茹乐, 徐扬, 田雨, 于云龙 (1326)
- 基于网络编码的无线 NoC 多播映射 陈亦欧, 谭芳, 凌翔 (1335)
- 高速切削高温合金 GH4169 数值模拟与实验 范孝良, 吴学华, 王进峰, 康文利 (1344)
- 动态总方差设计及其快速算法 汪立新, 李灿, 姜周, 朱战辉, 田颖 (1352)
- 基于 CCR 带并行腔双集束型设备调度方法 周炳海, 黎明 (1361)
- 电动伺服舵系统动力学建模及颤振分析 张仁嘉, 吴志刚, 杨超 (1368)
- 磁悬浮反作用飞轮无刷直流电机转矩脉动抑制策略 汤继强, 王营许, 周新秀 (1377)
- 空基伪卫星组网部署的航路规划算法 曾凌川, 李大朋, 曲艺, 任爱爱, 巩应奎 (1388)
- EHA 反馈线性化最优滑模面双模糊滑模控制 张振, 李海军, 诸德放 (1398)
- 基于 EEG 的脑力疲劳特征研究 范晓丽, 牛海燕, 周前祥, 柳忠起 (1406)
- 考虑系统不确定性的高超声速飞行器容错控制 彭程, 王新民, 谢蓉, 穆凌霞 (1414)
- 动态火力接入下要地防空作战目标威胁评估 刘敬蜀, 姜文志, 雷宇曜, 代进进 (1422)
- 可重复使用飞行器进场着陆拉平纵向控制 郝现伟, 王勇, 杨业, 郭涛, 张代兵 (1432)
- 基于母线电流的无刷直流电机换相位置优化策略 张前, 冯明 (1441)
- 不完备信息条件下的并发故障诊断方法 孙伟超, 许爱强, 李文海 (1449)
- 泡沫子弹撞击刚性靶板的理论模型 刘虎, 刘华, 杨嘉陵 (1461)
- 横向加强构件作用下的开口薄壁梁等效建模方法 邓昊, 程伟 (1469)
- 利于减少配平损失的太阳能飞机构型设计 阙建锋, 王维军, 吴宇 (1479)
- 图模型与学习算法结合的贝叶斯网络自动建模 沈琳, 于劲松, 唐荻音, 刘浩 (1486)
- 多约束下备件多层多级库存优化模型 蔡芝明, 金家善, 陈砚桥 (1494)
- 加速度场中环路热管温度波动现象分析 薛好, 谢永奇, 戴华, 余建祖, 马伟 (1502)
- 含区间参数不确定结构的损伤识别方法 杨君坦, 邱志平, 李琦 (1509)
- 基于诱导航线的多无人机编队飞行控制方法 吴俊成, 周锐, 董卓宁, 车军 (1518)
- 基于在线轨迹迭代的自适应再入制导 赵颀, 沈作军 (1526)
- 基于高阶奇异值分解的 LPV 鲁棒控制器设计 孙斌, 杨凌宇, 张晶 (1536)
- 基于拟态电势能的飞行器航路规划方法 何仁珂, 魏瑞轩, 张启瑞, 许卓凡 (1543)
- 重型直升机-吊挂耦合系统闭环飞行品质分析 朱笑宇, 曹义华, 曹龙 (1550)

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

Vol. 42 No. 7 (Sum 281) July 2016

CONTENTS

Two-dimensional layered materials of transition metal dichalcogenides	ZHANG Qianfan, GAO Lei, TIAN Hongzhen, XU Zhongfei, WANG Yapeng (1311)
Link awareness-based OLSR routing algorithm for airborne highly dynamic networks	MA Linhua, ZHANG Song, RU Le, XU Yang, TIAN Yu, YU Yunlong (1326)
Multicast wireless NoC mapping based on network coding	CHEN Yiou, TAN Fang, LING Xiang (1335)
Numerical simulation and experiment in high-speed cutting superalloy GH4169	FAN Xiaoliang, WU Xuehua, WANG Jinfeng, KANG Wenli (1344)
Design of dynamic total variance and its fast algorithm	WANG Lixin, LI Can, JIANG Zhou, ZHU Zhanhui, TIAN Ying (1352)
Scheduling method for double-cluster tools with parallel chambers based on capacity constraint resource	ZHOU Binghai, LI Ming (1361)
Dynamic modeling and flutter analysis of a fin-actuator system	ZHANG Renjia, WU Zhigang, YANG Chao (1368)
Torque ripple reduction strategy for magnet suspended reactive flywheel brushless DC motor	TANG Jiqiang, WANG Yingxu, ZHOU Xinxiu (1377)
Route planning algorithm for configuring airborne pseudolites	ZENG Lingchuan, LI Dapeng, QU Yi, REN Aiai, GONG Yingkui (1388)
Double fuzzy sliding mode control for EHA based on feedback linearization optimal sliding surface	ZHANG Zhen, LI Haijun, ZHU Defang (1398)
Mental fatigue characteristics based on EEG analysis	FAN Xiaoli, NIU Haiyan, ZHOU Qianxiang, LIU Zhongqi (1406)
Fault-tolerant control for hypersonic vehicle with system uncertainty	PENG Cheng, WANG Xinmin, XIE Rong, MU Lingxia (1414)
Threat evaluation of air-targets for key positions air-defense under dynamic fire access	LIU Jingshu, JIANG Wenzhi, LEI Yuyao, DAI Jinjin (1422)
Flare longitudinal control for approach and landing of reusable launch vehicle	HAO Xianwei, WANG Yong, YANG Ye, GUO Tao, ZHANG Daibing (1432)
BLDC motor commutation position optimization strategy based on bus current	ZHANG Qian, FENG Ming (1441)
Diagnosis method of simultaneous fault with incomplete information	SUN Weichao, XU Aiqiang, LI Wenhai (1449)
Theoretical model for a porous projectile striking on flat rigid anvil	LIU Hu, LIU Hua, YANG Jialing (1461)
Equivalent modeling method of open thin-walled beam under action of transverse stiffening member	DENG Hao, CHENG Wei (1469)
Design of solar-powered aircraft configuration for reducing trim loss	QUE Jianfeng, WANG Weijun, WU Yu (1479)
Automatic learning of Bayesian network structure using graph model and learning algorithm	SHEN Lin, YU Jinsong, TANG Diyin, LIU Hao (1486)
Optimal inventory modeling of spare parts multi-indenture multi-echelon under multi-constraints	CAI Zhiming, JIN Jiashan, CHEN Yanqiao (1494)
Investigation of temperature fluctuation in loop heat pipe under acceleration fields	XUE Hao, XIE Yongqi, DAI Hua, YU Jianzu, MA Wei (1502)
Damage detection of structures with interval uncertain parameters	YANG Juntan, QIU Zhiping, LI Qi (1509)
Formation flight control method of multiple UAVs based on guidance route	WU Juncheng, ZHOU Rui, DONG Zhuoning, CHE Jun (1518)
Adaptive reentry guidance based on on-board trajectory iterations	ZHAO Di, SHEN Zuojun (1526)
Robust LPV control design based on HOSVD	SUN Bin, YANG Lingyu, ZHANG Jing (1536)
Mimetism electric potential energy motion planning algorithm for aircraft	HE Renke, WEI Ruixuan, ZHANG Qirui, XU Zhuofan (1543)
Heavy helicopter-slung-load coupling system flying qualities in closed-loop state	ZHU Xiaoyu, CAO Yihua, CAO Long (1550)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0486

基于高阶奇异值分解的 LPV 鲁棒控制器设计



孙斌, 杨凌宇*, 张晶

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对高超声速飞行器线性变参数(LPV)模型建模中准确度与复杂度之间的矛盾性,提出了一种基于网格化张量及高阶奇异值分解(HOSVD)的凸多胞 LPV 模型建模及控制方法。首先基于雅可比线性化给出了大包线网格化模型的张量描述形式,然后提出了一种基于 HOSVD 的多胞 LPV 模型生成算法,将网格化模型表述为有限个线性时不变(LTI)顶点及权重函数的组合,并基于舍弃的奇异值给出了建模误差的指标,最后结合某航天飞机再入段六自由度非线性模型进行了大包线鲁棒 LPV 控制器设计与仿真验证,结果表明该方法可获得计算复杂度低且保证建模精度的 LPV 模型,设计的鲁棒变增益控制器能够使系统快速跟踪姿态角指令信号,并能够保证系统的稳定性和鲁棒性。

关键词: 高超声速飞行器; 飞行包线; 多胞线性变参数(LPV)系统; 鲁棒变增益控制; 高阶奇异值分解(HOSVD)

中图分类号: V249.12

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2016)07-1536-07

与传统飞行器相比,高超声速飞行器再入过程需要以十几倍声速跨越约 100 km 的飞行高度,具有飞行包线跨度大、参数快时变以及强不确定性等特性,给控制器的设计提出了更高的要求。相对于动态逆^[1]、滑模^[2]等非线性控制器设计过程的复杂性,基于线性变参数(LPV)系统的变增益控制方法能够处理参数大范围快时变系统,同时具有全局的稳定性保证,成为高超声速飞行控制的研究热点。

现有 LPV 控制方法在应用中的关键问题在于如何建立准确、计算复杂度低的 LPV 模型。目前 LPV 建模较常用的方法为 Bounding box 方法^[3-4],该方法先将系统转化为仿射参数依赖型,然后分析选取系统矩阵中对系统特性影响较大的变量作为变参数,并直接选取变参数的上下界形成顶点系统,此方法变参数的选取依赖于设计人

员的经验,所建立的 LPV 模型在非顶点处的误差没有定量描述,且存在一定的保守性。文献[5]运用 Qhull 算法在包线范围内基于实际的工作点求取 LPV 多胞顶点,相较于 Bounding box 方法,此方法所求得的多胞形区域更小,保守性降低。对于不具备仿射参数依赖型的 LPV 系统,文献[6]提出了一种张量积分分解方法求解顶点系统,此方法要求系统矩阵可表示为状态变量的显示函数,由于高超声速飞行器的强非线性以及气动参数的不确定性,系统矩阵的函数表达式是很难得到的。文献[7-8]采用文献[6]提出的张量积分分解理论,先将飞行器在包线范围内线性化得到一系列线性时不变(LTI)系统,选取状态变量中的变量作为变参数,然后进行数值拟合得到 LPV 模型,进而应用高阶奇异值分解(HOSVD)理论选取顶点,此方法数值拟合难度较大,且精度也很难保

收稿日期: 2015-07-20; 录用日期: 2015-10-16; 网络出版时间: 2015-12-17 10:41

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151217.1041.007.html

基金项目: 国家自然科学基金(61273099); 航空科学基金(20135851041)

* 通讯作者: Tel.: 010-82316873 E-mail: yanglingyu@buaa.edu.cn

引用格式: 孙斌, 杨凌宇, 张晶. 基于高阶奇异值分解的 LPV 鲁棒控制器设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(7): 1536-1542. SUN B, YANG L Y, ZHANG J. Robust LPV control design based on HOSVD[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(7): 1536-1542 (in Chinese).

证。在飞行器 LPV 多胞系统建模过程中,如何同时兼顾到建模准确性、复杂性、保守性以及控制器阶数是值得研究的问题。

本文提出了一种基于网格化张量及 HOSVD 的凸多胞 LPV 模型建模方法,避免了 LPV 系统矩阵函数表达式的拟合过程,给出了奇异值与建模精度和多胞顶点数量的关系,可减少工作量和对设计人员经验的依赖,在保证建模精度的前提下控制顶点数量,提高建模过程的自动化程度。

1 大包线对象的 LPV 建模问题

设对象在整个飞行包线内的模型可表述为如式(1)所示的非线性形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = f_1(x, u) \\ y = f_2(x, u) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x \in \mathbf{R}^m$ 为系统状态; $u \in \mathbf{R}^n$ 为系统输入信号; $y \in \mathbf{R}^l$ 为系统输出信号,则非线性系统可转化为如下的 LPV 形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\rho(t)) & B(\rho(t)) \\ C(\rho(t)) & D(\rho(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\rho(t) = [\rho_1(t) \ \rho_2(t) \ \dots \ \rho_N(t)]^T$ 为随飞行状态或飞行包线变化的未知但可测量或估计的参数。

非线性系统的 LPV 描述形式不是唯一的,其直接影响控制系统的设计复杂度。现有 LPV 系统的控制器综合一般是基于线性变参数轨迹上的一组线性矩阵不等式(LMI),其控制器可以由 LMI 的解来构造,LMI 的数量直接影响到控制器的计算复杂度,若 LPV 系统具有多胞形结构,由于多胞形是凸集,LPV 系统可以由顶点完全描述^[9],则只需对顶点进行控制器的设计即可。因此凸多胞 LPV 系统是解决大包线控制器设计问题的合适的 LPV 描述形式。

定义 1 仿射参数依赖型 LPV 多胞系统。

由变参数 $\rho(t)$ 描述的多胞系统为

$$\Theta := \text{Co}\{S_1, S_2, \dots, S_r\} := \left\{ \sum_{i=1}^r \alpha_i S_i : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1 \right\} \quad (3)$$

式中: $r = 2^N$ 为顶点数; S_i 为多胞系统的顶点; α_i 为多胞系统的凸分解系数。当 LPV 系统的系统矩阵 $A(\rho(t))$ 、 $B(\rho(t))$ 、 $C(\rho(t))$ 、 $D(\rho(t))$ 仿射依赖于时变参数向量 $\rho(t)$,且 $\rho(t)$ 变化于多胞 Θ 内,称 LPV 系统为多胞系统。

LPV 多胞系统的系统矩阵分解形式为

$$\begin{bmatrix} A(\rho(t)) & B(\rho(t)) \\ C(\rho(t)) & D(\rho(t)) \end{bmatrix} := \sum_{i=1}^r a_i(t) \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: A_i 、 B_i 、 C_i 和 D_i 为 LPV 系统多胞顶点模型系统矩阵;凸分解系数为变参数的函数,可表示为 $\alpha_i(t) = f(\rho(t))$ 。当变参数轨迹在多胞 Θ 内时,则 LPV 控制器系统矩阵 $A_k(\rho(t))$ 、 $B_k(\rho(t))$ 、 $C_k(\rho(t))$ 和 $D_k(\rho(t))$ 分解形式为

$$\begin{bmatrix} A_k(\rho(t)) & B_k(\rho(t)) \\ C_k(\rho(t)) & D_k(\rho(t)) \end{bmatrix} := \sum_{i=1}^r \alpha_i(t) \begin{bmatrix} A_{ki} & B_{ki} \\ C_{ki} & D_{ki} \end{bmatrix} \quad (5)$$

大包线高超声速飞行器 LPV 建模的核心问题可以归结为:①如何获得合适的多胞 LPV 顶点模型及凸分解系数,在保证建模精度的前提下求解最少的多胞顶点和低维度准确的凸分解系数。顶点数量的减少不仅可以降低建模的保守性同时可以降低控制器的阶数,低维度准确的凸分解系数可降低系统的数据存储量、提高在线增益调度时的计算速度,有利于工程化实现。②如何定量描述所求多胞模型的建模精度,使得对于变参数的任意一固定点,满足如下精度要求:

$$\left| \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A(\rho) & B(\rho) \\ C(\rho) & D(\rho) \end{bmatrix} \right| < \varepsilon \quad (6)$$

式中: ε 为系统允许的建模误差大小,式(6)描述了原系统与所求多胞系统的差异化程度。

2 基于 HOSVD 的 LPV 多胞顶点建模

HOSVD 理论^[10]应用于 LPV 系统可以有效地将系统近似为一系列的 LTI 模型,这些 LTI 模型对应于 LPV 多胞系统的顶点。根据多胞系统的顶点性质和实有界定理,设计控制器时只要对其顶点进行设计即可。因此基于 HOSVD 的 LPV 多胞顶点建模方法是 LPV 控制理论中极其重要的部分,其建模精度与复杂度直接影响到 LPV 控制器的设计。HOSVD 理论是将奇异值分解的思想应用于高维张量数据中的一种降维方法,其理论基础是张量展开。

2.1 HOSVD 理论

定义 2 (张量展开)若 A^E 为一个 $(I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N)$ 维实张量,张量中元素可以表示为 $A_{i_1 i_2 \dots i_N}^E = \{a_{i_1 i_2 \dots i_N}\}$,则其沿第 n 模展开为矩阵 $A_{(n)}^E$,且 $a_{i_1 i_2 \dots i_N}$ 出现在矩阵 $A_{(n)}^E$ 的第 i_n 行第 j 列。

$$j = (i_{n+1} - 1)I_{n+2}I_{n+3} \dots I_N I_1 I_2 \dots I_{n-1} + (i_{n+2} - 1)I_{n+3}I_{n+4} \dots I_N I_1 I_2 \dots I_{n-1} + \dots + (i_n - 1)I_1 I_2 \dots I_{n-1} + (i_1 - 1)I_2 I_3 \dots I_{n-1} + (i_2 - 1)I_3 I_4 \dots I_{n-1} + \dots + i_{n-1}$$

定义 3 (HOSVD) 对于一个 $(I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N)$ 维实张量 A^E 可表示为乘积形式:

$$\mathbf{A}^E = \mathbf{S}^E \times_1 \mathbf{U}_{(1)} \times_2 \mathbf{U}_{(2)} \times \cdots \times_N \mathbf{U}_{(N)} = \mathbf{S}^E \underset{n=1}{\otimes} \mathbf{U}_{(n)} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{U}_{(n)} = [\mathbf{u}_1^{(n)} \quad \mathbf{u}_2^{(n)} \quad \cdots \quad \mathbf{u}_n^{(n)}]$ 为 $(I_n \times I_n)$ 维矩阵, $n=1, 2, \dots, N, \mathbf{u}_i^{(n)}$ 为第 i 个 n 模奇异向量; \mathbf{S}^E 为一个 $(I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N)$ 维实张量, 且其子张量满足条件:

$$\begin{cases} \langle \mathbf{S}_{i_n=\alpha}^E, \mathbf{S}_{i_n=\beta}^E \rangle = 0 & \alpha \neq \beta \\ \|\mathbf{S}_{i_n=1}^E\|_F \geq \|\mathbf{S}_{i_n=2}^E\|_F \geq \cdots \geq \|\mathbf{S}_{i_n=I_N}^E\|_F \geq 0 \end{cases}$$

弗罗贝尼乌斯范数定义为 $\|\mathbf{S}_{i_n=i}^E\|_F = (\langle \mathbf{S}_{i_n=i}^E, \mathbf{S}_{i_n=i}^E \rangle)^{\frac{1}{2}}$, 其可用 $\sigma_i^{(n)}$ 表示, 是张量 \mathbf{A}^E 的 n 模奇异值。

定理 1 对一个 n 秩为 $R_n (1 \leq n \leq N)$ 的张量 \mathbf{A}^E 进行 HOSVD, 将分解后得到的 n 模奇异值 $\sigma_{I_n+1}^{(n)}, \sigma_{I_n+2}^{(n)}, \dots, \sigma_{R_n}^{(n)}$ 的相应元素变为 0, 得到一个新的张量 $\hat{\mathbf{A}}^E$, 则对于 $I'_n < R_n$, 有

$$\gamma = \|\mathbf{A}^E - \hat{\mathbf{A}}^E\|^2 \leq \sum_{i_1=I'_1+1}^{R_1} (\sigma_{i_1}^{(1)})^2 + \sum_{i_2=I'_2+1}^{R_2} (\sigma_{i_2}^{(2)})^2 + \cdots + \sum_{i_N=I'_N+1}^{R_N} (\sigma_{i_N}^{(N)})^2 \quad (8)$$

HOSVD 是基于张量展开应用奇异值分解理论来解决高维数据主成分提取问题的方法。相较于仿射参数依赖型 LPV 系统的经验选取法, HOSVD 方法的误差来源于舍弃的奇异值与特征向量, 误差有确切的计算方法, 可由式 (8) 直接计算出来, 有利于控制误差的大小, 同时也能够控制顶点数量降低控制器的阶数, 更利于工程化实现。

2.2 基于网格化张量的 HOSVD 方法改进

高超声速飞行器气动参数非线性剧烈变化, 很难用状态转换法以及函数替换法写出 LPV 模型的具体表达式。相比而言, Jacobian 线性化法更适合于求解高超声速飞行器的 LPV 模型^[11], 其理论基础是一阶 Taylor 展开。

在整个飞行包线内对 $\boldsymbol{\rho}(t)$ 中每一个变参数进行网格化划分, 设划分个数分别为 I_1, I_2, \dots, I_N , 则在网格化的参数空间内, 可得到变参数的网格化张量形式 $\boldsymbol{\rho}^E \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N}$ 。设非线性系统式 (1) 在全包线内存在一系列平衡点 $\mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}_e^E), \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}_e^E)$, 满足 $f(\mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}_e^E), \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}_e^E)) = 0$, 则非线性系统可写成网格化线性模型组的形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_\delta \\ \mathbf{y}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}^E) & \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}^E) \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}^E) & \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}^E) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\delta \\ \mathbf{u}_\delta \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_\delta = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}^E) \\ \mathbf{u}_\delta = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}^E) \end{cases} \quad (10)$$

其中系统状态矩阵为方程偏导数在平衡点处的值:

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}^E) = \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}}[\mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}^E), \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}^E)] \\ \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}^E) = \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{u}}[\mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}^E), \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}^E)] \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}^E) = \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{x}}[\mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}^E), \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}^E)] \\ \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}^E) = \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{u}}[\mathbf{x}_e(\boldsymbol{\rho}^E), \mathbf{u}_e(\boldsymbol{\rho}^E)] \end{cases} \quad (11)$$

则在每一个固定点 $\boldsymbol{\rho}$, 系统式 (9) 描述了非线性系统式 (1) 在该点的局部特性。

在网格化的参数空间内, 一系列平衡点线性化得到张量形式的系统描述, 其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^E &\in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N \times m \times m} & \mathbf{B}^E &\in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N \times m \times n} \\ \mathbf{C}^E &\in \mathbf{R}^{l \times I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N \times l \times m} & \mathbf{D}^E &\in \mathbf{R}^{l \times I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N \times l \times n} \end{aligned}$$

将得到的张量形式的系统描述重新组合成一个张量 $\mathbf{G}^E \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N \times (m+l) \times (m+n)}$, \mathbf{G}^E 中的每一个元素均为与变参数相关的变量:

$$\mathbf{G}^E = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^E(\boldsymbol{\rho}) & \mathbf{B}^E(\boldsymbol{\rho}) \\ \mathbf{C}^E(\boldsymbol{\rho}) & \mathbf{D}^E(\boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

对张量 \mathbf{G}^E 进行高阶奇异值分解, 分别舍弃前 N (变参数的个数) 模中较小的奇异值和对应的特征向量, 设 $1-N$ 模的奇异值中保留的个数分别为 a_1, a_2, \dots, a_N , 得到的顶点个数为 $M = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_N$, 可以得到 LPV 系统多胞形描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{S}_n^E \underset{n=1}{\otimes} \boldsymbol{\omega}_n(\boldsymbol{\rho}_n(t)) \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

式 (13) 也可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i_1=1}^{a_1} \sum_{i_2=1}^{a_2} \cdots \sum_{i_N=1}^{a_N} \boldsymbol{\omega}_{1,i_1}(\boldsymbol{\rho}_1(t)) \cdots \boldsymbol{\omega}_{N,i_N}(\boldsymbol{\rho}_N(t)) \cdot (\mathbf{A}_{i_1,i_2,\dots,i_N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{i_1,i_2,\dots,i_N} \mathbf{u}(t)) \quad (14)$$

式中: 权重函数 $\boldsymbol{\omega}_{n,i}$ 应满足条件

$$\begin{cases} \forall n, i, \boldsymbol{\rho}_n(t) : \boldsymbol{\omega}_{n,i}(\boldsymbol{\rho}_n(t)) \in [0, 1] \\ \forall n, \boldsymbol{\rho}_n(t) : \sum_{i=1}^{I_N} \boldsymbol{\omega}_{n,i}(\boldsymbol{\rho}_n(t)) = 1 \end{cases} \quad (15)$$

由式 (13) 和式 (14) 可得到顶点张量 \mathbf{S}_n^E 与所求顶点矩阵的对应关系, 式 (3) 中凸分解系数 α 与式 (13) 中的权重函数 $\boldsymbol{\omega}$ 的关系为

$$\alpha_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \boldsymbol{\omega}_{1, i_1}(\boldsymbol{\rho}_1(t)) \boldsymbol{\omega}_{2, i_2}(\boldsymbol{\rho}_2(t)) \cdots \boldsymbol{\omega}_{N, i_N}(\boldsymbol{\rho}_N(t))$$

在误差允许的范围离散的系统矩阵可由求解出的顶点系统和权重矩阵 \mathbf{U}_n 还原

$$\mathbf{G}^E \approx \mathbf{S}_n^E \underset{n}{\otimes} \mathbf{U}_n \quad (16)$$

式中: \mathbf{U}_n 包含每一个变参数对应的权重函数 $\boldsymbol{\omega}_n$, 误差 γ 可表示为

$$\gamma = (\|S^E - S \otimes_n U_n\|_{L_2})^2 \leq \sum_k \sigma_k^2 \quad (17)$$

与式(3)仿射参数依赖型 LPV 多胞模型的结构类似,基于 HOSVD 建立多胞模型的方法也是由顶点的凸分解得到整个多胞模型,两者的区别在于多胞顶点和凸分解系数的求取方法。相较于仿射参数依赖型 LPV 模型选取变参数上下界组合的方法,本文提出的方法无需依赖于设计者的经验,同时也没有复杂的数据拟合过程,参数的设定只涉及到每一模保留奇异值的个数,在误差允许的范围内选定顶点个数,整个设计过程可以很容易地实现自动化设计。

综上,基于 HOSVD 方法的多胞 LPV 顶点系统的设计流程如图 1 所示。

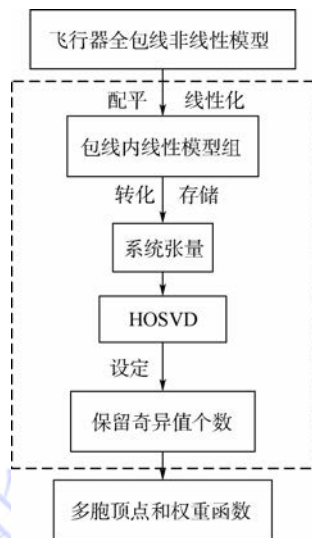


图 1 基于 HOSVD 的 LPV 多胞系统设计流程
Fig. 1 Flowchart of polytopic LPV system design based on HOSVD

根据上述分析,如图 1 所示,可以得到基于 HOSVD 的高超声速飞行器 LPV 系统多胞分解的一般步骤:

1) 针对飞行器非线性模型,给定变参数、变量范围、变量划分网格数,在网格化的飞行包线内进行线性化得到线性模型组。

2) 将离散化的系统数据转化为可用于 HOSVD 方法的张量 G^E 形式。

3) 对 G^E 应用 HOSVD 方法,在每一模中舍弃较小的奇异值以及与之相对应的奇异值向量,得到多胞顶点系统。

4) 由 HOSVD 得到的权重矩阵 U_n 的第 i_n ($i_n = 1, 2, \dots, I_n$) 个列向量 u_n 便确定了变量 $\rho_n(t)$ 的权重函数 $\omega_{n,i_n}(\rho_n(t))$,进而得到凸分解系数。

建模的误差大小与 LTI 顶点的个数成反比,选择保留的奇异值数量越多得到的顶点个数越

多,模型越精确。一般情况下,为了便于控制器的分析与设计,同时降低控制器阶数,根据系统可容忍的误差大小,选择有限个 LTI 顶点系统。

3 鲁棒 LPV 自增益控制器设计

3.1 多胞 LPV 系统鲁棒控制器设计

对于某型航天飞机^[12]六自由度非线性模型,选取再入包线:高度 H 为 30 ~ 40 km,马赫数 Ma 为 3 ~ 5。由于航天飞机采用倾斜转弯(Bank-To-Turn, BTT)控制方式,侧滑较小,气动特性除高度、马赫数外,受迎角 α 影响最大,因此选取 H 、 Ma 和 α 作为 LPV 系统的变参数。对变参数进行网格化的划分,网格的划分依据对象的特性与包线的范围,将变参数分别划分 6、3、7 等份。本文选取 $C = I, D = 0$,得到网格化的张量形式 $G^E = [A^E \ B^E]$,对得到的网格化的张量 $G^E \in \mathbf{R}^{6 \times 3 \times 7 \times 6 \times 9}$ 进行高阶奇异值分解,得到的 HOSVD 结果如表 1 所示。

表 1 HOSVD 结果
Table 1 Results of HOSVD

奇异值阶数	一维展开	二维展开	三维展开
一阶	81.5175	81.5185	81.4868
二阶	0.4546	0.2115	2.2289
三阶	0.0006	0.0795	0.4736
四阶	0.0003		0.1174
五阶	0.0001		0.0852
六阶	0.00008		0.0151

本文设定系统顶点建模误差小于 0.1,根据表 1 中的分解结果,每一维上分别保留 2、2、3 个奇异值,通过误差计算式(8)得到实际的误差为 0.028,满足设计要求。在整个顶点选取过程中,只需设定每一维上保留较大奇异值的个数,实现了本文对系统自动选取顶点的要求,并得到一个 12 个顶点的多胞 LPV 系统模型。得到各变参数对应的权重函数曲线如图 2 所示。

图 2 中的曲线描述了权重函数随变参数的实时变化情况,高度、马赫数、迎角对应的权重函数维数与每一维上保留的奇异值个数正好对应。

本文基于上述 HOSVD 过程得到的顶点系统与凸分解系数,对各顶点设计控制器。在考虑系统参数不确定性的情况下,可将每个顶点系统模型描述为增广系统状态空间形式^[13],对增广系统应用 H_∞ 鲁棒控制中的混合灵敏度设计方法^[14],求使系统内稳定且满足闭环性能指标的控制。基于此方法设计高超声速飞行器的自增益调度控制系统,控制系统结构如图 3 所示,变参数反馈给

在线调参模块可由变参数对应的权重函数求解得到凸分解系数,实时选择各顶点控制器所占权重,从而得到全包线控制器。

H_∞ 混合灵敏度设计的难点在于如何将系统的闭环性能指标要求表示在尽量简单的加权函数中。本文依据回路成形理论^[15]选择期望的回路传递函数为 ω_c/s , 结合闭环系统性能的要求对回路进行频域整形,选取合适的混合灵敏度加权函数阵,得到多胞顶点的鲁棒控制器。高超声速飞行器三通道的混合灵敏度加权函数阵选取为

$$W_s(s) = \text{diag}\left(\frac{0.8(s+3.5)}{s+0.0035}, \frac{0.8(s+3.5)}{s+0.0035}, \frac{0.8(s+3.5)}{s+0.0035}\right)$$

$$W_u(s) = \text{diag}(0.005, 0.005, 0.005)$$

当 LPV 系统的顶点控制器确定以后, LPV 控制器可由顶点的凸组合求得,全包线控制器形式如式(5)所示,其凸组合是由变参数 $\rho(t)$ 在多胞 Θ 中的位置决定的。

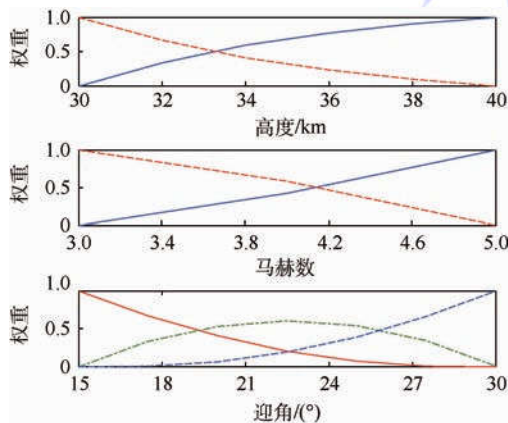
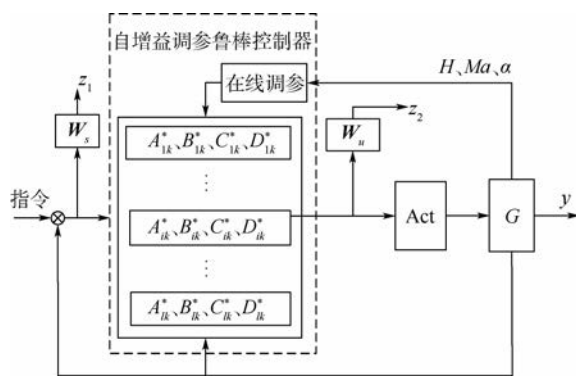


图2 变参数的权重函数

Fig. 2 Weighting functions of varying-parameter



z_1, z_2 —性能指标; Act—作动器; G—被控对象。

图3 基于鲁棒混合灵敏度增益调度控制系统

Fig. 3 Gain scheduling control system based on robust mixed sensitivity

3.2 仿真与分析

在飞行包线区域内选择一状态点 $H=35\text{ km}$, $Ma=4, \alpha=20^\circ$, 在三通道加入姿态阶跃指令信号进行仿真验证,仿真结果如图4所示。

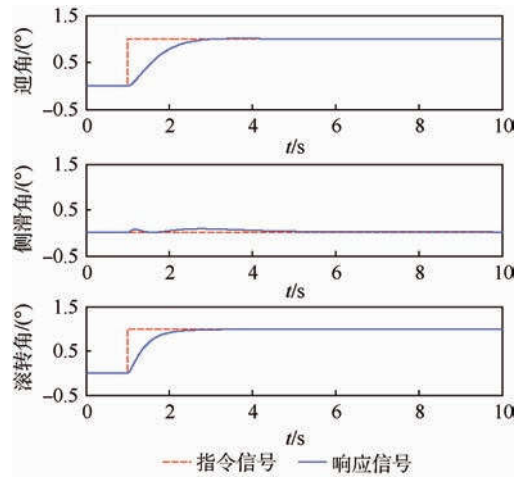


图4 三通道阶跃指令响应

Fig. 4 Three channels' step order response curves

仿真结果表明,在不考虑不确定性的情况下控制器能精确跟踪迎角、侧滑角、滚转角阶跃指令信号,三通道姿态角能够在2s之内跟踪指令信号,响应速度较快,且没有超调量。同时可看出所设计的控制器受通道之间耦合的影响较小。当考虑如表2所示的气动力系数、气动力矩系数、动压、转动惯量、质量的不确定性,对闭环系统进行100次蒙特卡罗仿真,仿真结果如图5所示。

表2 不确定性

Table 2 Uncertainty

不确定性项	不确定性范围
气动力系数	-20% ~ +20%
气动力矩系数	-20% ~ +20%
动压	-30% ~ +30%
转动惯量	-5% ~ +5%
质量	-3% ~ +3%

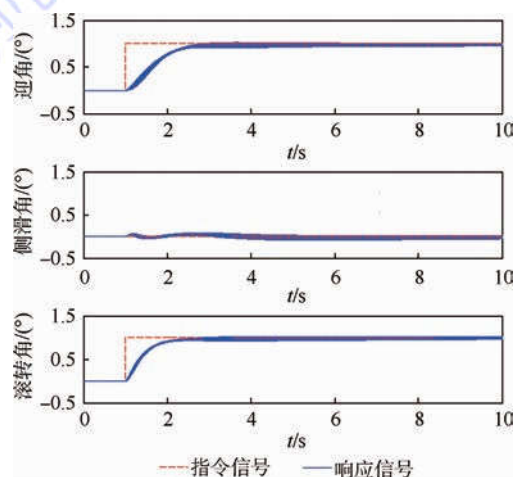


图5 100次蒙特卡罗仿真结果

Fig. 5 Results of 100 Monte-Carlo simulation

从仿真结果可以看出,在强不确定性因素的影响下,100次蒙特卡罗仿真的控制器跟踪性能与标称情况下相近,不确定性对控制器的动态性能影响较小,说明本文设计的LPV变增益控制器对不确定性系统具有良好的跟踪性能和鲁棒性。

根据航天飞机的飞行指令,在包线区域内(见图6)对系统进行仿真,迎角响应如图7所示。

图7中的仿真结果表明在整个飞行包线内能够精确跟踪姿态指令,验证了控制器的增益调度能力。图8中的曲线对应于12个多胞顶点的凸分解系数,其描述了整个在线增益调度过程中各

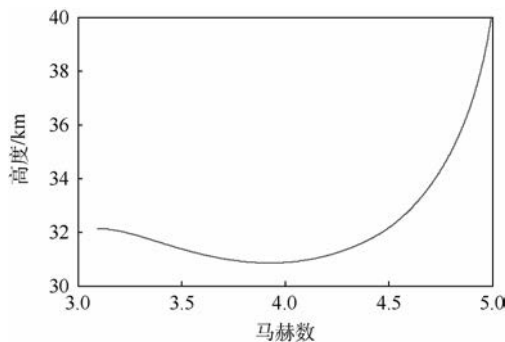


图6 飞行包线

Fig. 6 Flight envelope

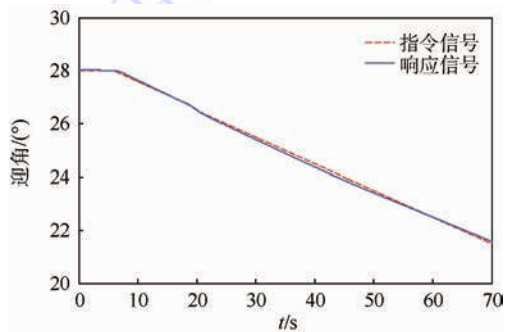


图7 迎角指令跟踪仿真

Fig. 7 Angle of attack command tracking simulation

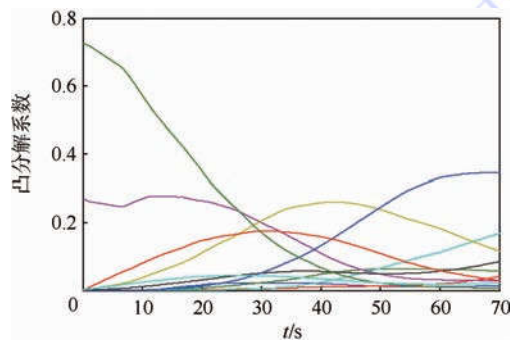


图8 凸分解系数仿真结果

Fig. 8 Results of onvex parameter decomposition simulation

顶点所占实时状态点的权重,以及顶点控制器所占全包线控制器的权重。

4 结 论

本文针对航天飞机再入段大包线对象提出了一种基于网格化张量及HOSVD的LPV多胞模型建模方法,并设计了LPV鲁棒控制器,仿真验证表明:

1) 基于网格化张量的HOSVD方法能够完成LPV多胞模型的建模,在保证建模精度的前提下控制顶点数量,并给出误差的计算方法。

2) 相较于传统的建模方法,基于网格化张量及HOSVD方法能够降低对设计人员经验的依赖,大幅提高建模过程的自动化程度,有利于工程化应用。

3) 基于回路成形理论设计的鲁棒混合灵敏度控制器能够实现在线增益调度,并具有很好的鲁棒性。

参考文献 (References)

- [1] 白辰,任章,樊焱,等. 基于模糊神经网络扰动观测器的RLV动态逆再入姿态控制[J]. 中南大学学报(自然科学版),2013,7(1):58-62.
BAI C, REN Z, FAN Y, et al. Dynamic inversion control for RLV reentry attitude based on fuzzy-neural disturbance observer [J]. Journal of Central South University (Natural Science), 2013,7(1):58-62 (in Chinese).
- [2] HALL C E, SHTESSEL Y B. Sliding mode disturbance observer-based control for a reusable launch vehicle [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2006,29(6):1315-1328.
- [3] LIND R. Linear parameter-varying modeling and control of structural dynamics with aerothermoelastic effects [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2002,25(4):733-739.
- [4] YUSUKE Y, TAKASHI S. Attitude control of spacecraft with VSCMGs using LPV modeling technique [C] // SICE Annual Conference. Tokyo: Waseda University, 2011:2678-2683.
- [5] KUMAR A. Convex modeling techniques for aircraft control [D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2000:1-5.
- [6] PETRES Z. Polytopic decomposition of linear parameter-varying models by tensor-product model transformation [D]. Budapest: Budapest University of Technology and Economics, 2006:25-89.
- [7] 秦伟伟,郑志强,刘刚,等. 高超声速飞行器的LPV鲁棒变增益控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2011,33(6):1327-1331.
QIN W W, ZHENG Z Q, LIU G, et al. Robust variable gain control for hypersonic vehicles based on LPV [J]. Systems Engineering and Electronics, 2011,33(6):1327-1331 (in Chinese).

- [8] 王明昊,刘刚,杨述华.高超声速飞行器的多胞 LPV 系统控制器设计[J].空间控制技术与应用,2013,39(1):15-22.
WANG M H, LIU G, YANG S H. Polytopic-LPV-system-based control design for hypersonic vehicle [J]. Aerospace Control and Application, 2013, 39(1):15-22 (in Chinese).
- [9] HE C F, YANG L Y, WANG Z C, et al. Linear parameter-varying attitude controller design for a reusable launch vehicle during reentry [C] // Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014:2723-2728.
- [10] RAJWADE A, RANGARAJAN A, BANERJEE A. Image denoising using the higher order singular value decomposition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(4):849-862.
- [11] OHARA A, YAMAGUCHI Y, MORITO T. LPV modeling and gain scheduled control of reentry vehicle in approach and landing phase [C] // AIAA Guidance, Navigation, Control and Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2001:1-11.
- [12] Aerodynamic design data book, Volume 1M: Orbiter vehicle STS-1: SD72-SH-0060 [R]. [S. l.]: Rockwell International, 1980.
- [13] 王振超,杨凌宇,张晶,等.面向大包线导弹的分回路 LPV 姿态控制器设计[J].航空兵器,2015,1(2):14-20.
WANG Z C, YANG L Y, ZHANG J, et al. Loop separate LPV attitude controller design for large envelope missile [J]. Aero Weaponry, 2015, 1(2):14-20 (in Chinese).
- [14] 夏文艳,高嵩,王洁,等.基于 H_{∞} 混合灵敏度的导弹解耦控制器设计方法[J].电子设计工程,2009,17(11):43-45.
XIA W Y, GAO S, WANG J, et al. Decoupling based on the H_{∞} mixed sensitivity controller for missile design method [J]. Electronic and Engineering, 2009, 17(11):43-45 (in Chinese).
- [15] 傅彩芬,谭文,刘吉臻.基于回路成形的鲁棒增益调度控制器设计[J].信息与控制,2005,34(2):152-156.
FU C F, TAN W, LIU J Z. Robust gain scheduling controller based on loop shaping [J]. Information and Control, 2005, 34(2):152-156 (in Chinese).

作者简介:

孙斌 男,硕士研究生。主要研究方向:先进飞行器控制。

E-mail: sun1990bin@qq.com

Tel.: 010-82316873

杨凌宇 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:先进飞行器控制,容错控制,先进布局飞机多操纵控制方法。

E-mail: yanglingyu@buaa.edu.cn

Tel.: 010-82316873

Robust LPV control design based on HOSVD

SUN Bin, YANG Lingyu*, ZHANG Jing

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Considering the trade-off between the accuracy and complexity of the linear parameter varying (LPV) modeling of hypersonic vehicles, a novel polytopic LPV modelling technique based on grid tensors and higher-order singular value decomposition (HOSVD) was developed. Firstly, through Jacobian linearization, the grid tensor description of a hypersonic vehicle with large flight envelopes was introduced, and a polytopic LPV model was constructed using HOSVD. The resulting model was described by a linear combination of vertices of linear time invariant (LTI) models and corresponding weighting functions. The discarded singular values were treated as a modeling error index. A robust variable gain controller which combines a robust controller and gain scheduling technique was then designed for the 6 degree-of-freedom nonlinear model of the hypersonic vehicle. Simulation results demonstrate that the proposed method not only reduces the computational complexity, but also guarantees the modeling accuracy. Furthermore, under the proposed controller, the closed loop system can track the attitude commands rapidly, and good stability and robustness are achieved.

Key words: hypersonic vehicle; flight envelope; polytopic linear parameter varying (LPV) system; robust variable gain control; higher-order singular value decomposition (HOSVD)

Received: 2015-07-20; Accepted: 2015-10-16; Published online: 2015-12-17 10:41

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151217.1041.007.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61273099); Aeronautical Science Foundation of China (20135851041)

* Corresponding author. Tel.: 010-82316873 E-mail: yanglingyu@buaa.edu.cn